

Н.А. ТКАЧУК, д-р техн. наук, проф., НТУ „ХПИ”;

А.В. ГРАБОВСКИЙ, канд. техн. наук, мл. научн. сотруд., НТУ „ХПИ”;

Н.Н. ТКАЧУК, канд. техн. наук, мл. научн. сотруд., НТУ „ХПИ”;

Ю.В. КОСТЕНКО, аспирант, НТУ „ХПИ”;

И.В. АРТЕМОВ, гл. конструктор, ЧАО «АзовЭлектроСталь», Мариуполь

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ

Запропоновано нові підходи до дослідження віброударних систем. Розглядаються дві складові задачі. Перша полягає у новому підході до представлення шуканої сили ударної взаємодії, друга – в ідентифікації вигляду залежності сили ударної взаємодії від фазових координат. Наведені розв’язання цих задач на прикладі машини для вибивки литих деталей із ливарних форм.

Предложены новые подходы к исследованию виброударных систем. Рассматриваются две составляющие задачи. Первая заключается в новом подходе к представлению искомой силы ударного взаимодействия, вторая – в идентификации вида зависимости силы ударного взаимодействия от фазовых координат. Приведены решения этих задач на примере машины для выбивки литых деталей из литейных форм.

It is suggested new approaches to the study of vibro-impact systems. We consider the two components of the problem. The first is a new approach to the representation of the desired force of shock interaction. The second is to identify the type of shock-dependence of the force of interaction on the phase coordinates. Solutions of these problems as an example for the knockout machine castings from molds is presented.

Введение. В современной технике широкое применение находят виброударные машины. При анализе их динамики в простейшем случае приходим к интегрированию системы дифференциальных уравнений движения двух масс, связанного усилием ударного взаимодействия. Обычно для определения контактной силы используется ее представление в виде зависимости от относительной скорости и величины взаимного сближения (внедрения друг в друга) двух взаимодействующих тел. Эти модельные зависимости [1–6] имеют разнообразный вид, диктуемый геометрией и свойствами материала тел. Задавшись некоторой моделью для описания данной силы в виде зависимости от фазовых переменных (перемещений и скоростей отдельных тел), в результате интегрирования разрешающей системы уравнений можно получить, кроме перемещений и скоростей взаимодействующих тел, еще и временные распределения для силы ударного взаимодействия.

В то же время для некоторых случаев модельная зависимость для определения силы ударного взаимодействия неизвестна. Тогда возникает обратная задача – определение этой зависимости, например, по результатам экспериментальных измерений на том или ином объекте. Целью данной работы является разработка подходов к решению этой задачи для случая взаимодействия ударной машины с частично разрушающимся в процессе такого взаимодействия грузом. До настоящего времени данные задачи не получили полного решения, и поэтому являются актуальными новые подходы и модели, пригодные для их исследования.

Постановка задачи. Рассмотрим систему двух тел, взаимодействующих при ударе и в последующем движущихся в поле тяжести раздельно (рис. 1, а). В течение промежутка времени, когда тела m_1 и m_2 непосредственно контактируют (см. рис. 1, б, г), сила ударного взаимодействия $F = F^{\wedge} > 0$ (рис. 2). Во время раздельного движения (смотри рис. 1, в и рис. 2) сила F – нулевая. Таким образом, конкретная природа возникновения диктует неотрицательность внутренней силы ударного взаимодействия в системе (смотри рис. 1, 2) (фактор I). С другой стороны, поскольку исследуемый технологический процесс сопровождается частичным разрушением технологического груза, то при ударе неизбежно происходит диссипация механической энергии (фактор II).

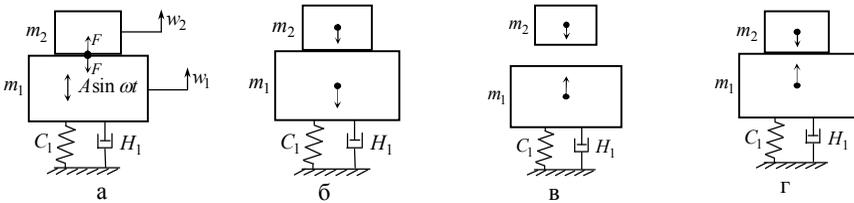


Рисунок 1 – Виброударная система, состоящая из двух тел.

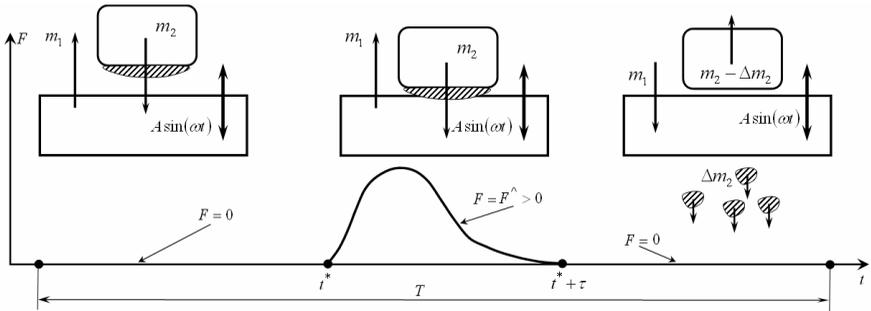


Рисунок 2 – Общая схема моделируемого технологического процесса.

Отмеченные факторы I и II накладывают на искомую силу F определенные ограничения. С учетом этих ограничений исходная задача сводится к идентификации силы ударного взаимодействия, удовлетворяющей в некоторой степени данным экспериментальных измерений (задача В, смотри далее) и в полной мере ограничениям I и II (задача А).

Задача А. Формирование модели для силы ударного взаимодействия. Рассмотрим, следуя [5], процедуру восстановления структуры силы F . Она входит в уравнения

$$\begin{cases} m_1 \ddot{w}_1 + C_1 \dot{w}_1 + H_1 w_1 + A \sin \omega t + m_1 g + F = 0 \\ m_2 \ddot{w}_2 + m_2 g - F = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь w_1 и w_2 – с точностью до направления перемещения тел 1 и 2 с массами m_1, m_2 ; C_1, H_1 – коэффициенты жесткости и вязкости системы подпрессоривания тела 1; A, ω – амплитуда и круговая частота внешней возбуждающей гармонической силы; g – ускорение свободного падения.

Предполагаем далее, что внутренняя сила ударного взаимодействия зависит от относительного сближения $\zeta = w_1 - w_2$ и скорости $\dot{\zeta}$:

$$F = F(\zeta, \dot{\zeta}). \quad (2)$$

При этом для удовлетворения требованиям неотрицательности (смотри рис. 2) имеем

$$F = 0 \text{ при } \zeta < 0; F = F^{\wedge} \geq 0 \text{ при } \zeta \geq 0. \quad (3)$$

Требование диссипативности можно удовлетворить, предположив следующие свойства:

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) = F(\zeta, 0) \text{ при } \dot{\zeta} < 0. \quad (4)$$

Этим постулируется, что если тела находятся в контакте, но начинают удаляться, то сила их взаимодействия не зависит от скорости. Кроме того, потребуем выполнения еще одного условия:

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) > F(\zeta, 0) \text{ при } \dot{\zeta} > 0. \quad (5)$$

Этим самым подтверждается активная роль скорости $\dot{\zeta}$ в моделируемых диссипативных процессах.

Влияние данных условий на характер взаимодействия проиллюстрировано на рис. 2. Рассмотрим один удар, изображенный на рис. 3. Точка 1 на этой диаграмме соответствует моменту времени t_1 , когда тела вступают в контакт ($\zeta(t_1) = 0$) с некоторой положительной скоростью встречи $\dot{\zeta}(t_1) > 0$. В этот момент будет наблюдаться скачок силы F от 0 до конечного положительного значения в контакте

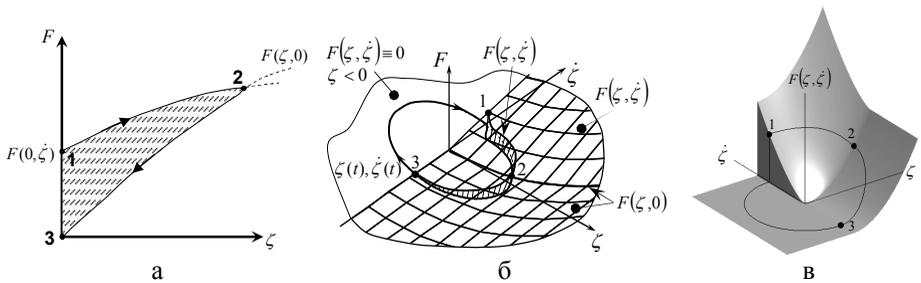


Рисунок 3 – Сила ударного взаимодействия для одного удара (а) и общий вид вязкоупругой силы (2), удовлетворяющей условиям (3)-(6) (б, в).

$$F(\zeta(t_1), \dot{\zeta}(t_1)) = F(0, \dot{\zeta}(t_1)) > F(0, 0) = 0$$

после удара. Проникновение растет до тех пор, пока силы отталкивания не останавливают движение двух тел друг навстречу другу, то есть до момента времени t_2 , и соответствует точке 2 на диаграмме. В данный момент при изменении относительной скорости знак с положительного меняется на отрицательный, следовательно, $\dot{\zeta}(t_2) = 0$. Далее вязкая компонента силы приобретает нулевое значение и в соответствии с кривой $F(\zeta, 0)$ (4) ее значение следует к точке 3, в которой два тела разъединяются и контактная сила исчезает.

Следует отметить, что вязкоупругая составляющая силы присутствует на отрезке 1-2, после чего исчезает на участке 2-3. В случае контакта закон взаимодействия (2) удовлетворяет условию (5). Этот факт гарантирует положительность гистерезиса силы удара и априорную диссипативность рассматриваемой модели. Рис. 3 иллюстрирует объясненное выше влияние ограничений (3)-(5) в 2-мерном фазовом пространстве для одной фазовой траектории типичного столкновения.

Таким образом, условия (3)-(5) позволяют полностью идентифицировать силу $F = F(\zeta, \dot{\zeta})$, задавшись ее представлением $F = F^\wedge(\zeta, \dot{\zeta})$ в квадранте $\zeta > 0, \dot{\zeta} > 0$. Принимая естественное предположение $F^\wedge(0, 0) = 0$, можно искомую силу F^\wedge представить в виде функционального ряда

$$F^\wedge(\zeta, \dot{\zeta}) = \sum \gamma_{ij} \cdot \varphi_i(\zeta) \cdot \psi_j(\dot{\zeta}), \quad (6)$$

в частности, ряда Тейлора:

$$F^\wedge(\zeta, \dot{\zeta}) = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta} + \alpha_3 \zeta \dot{\zeta} + \dots \quad (7)$$

Представления (6), (7) дают возможность восстановить функцию F^\wedge в первом квадранте по значениям коэффициентов γ, α при базисных функциях φ, ψ (или при степенях $\zeta, \dot{\zeta}$). Частичные суммы рядов (6), (7) дают некоторое приближение F , и при этом возникают две задачи: определение количества удерживаемых членов того или иного ряда и определение коэффициентов γ, α .

Предложенный подход расширяет традиционные представления силы F^\wedge в виде заранее постулируемой функции от координат $\zeta, \dot{\zeta}$ [3, 4, 6]. При этом возникают две новые задачи:

1) анализ влияния базисных функций φ, ψ , а также значений коэффициентов γ, α на характер динамического процесса в исследуемой системе;

2) определение такого множества базисных функций, их удерживаемого количества и значений коэффициентов усеченного ряда γ, α , которые с заданной точностью описывают реальные виброударные процессы в тех или иных машинах.

Задача 1) является предметом отдельных дальнейших исследований (бу-

дет описана в последующих статьях), а решение задачи 2) (идентификация F^{\wedge}) для случая представления (7) изложена далее в статье.

Задача В. Идентификация силы F^{\wedge} . Для идентификации (верификации) коэффициентов и количества удерживаемых членов частичной суммы ряда (7) требуется разработать критерии верификации и алгоритмы их удовлетворения, а также применить предложенные алгоритмы к исследованию реального объекта.

Критерии. Можно выбирать различные варианты идентификации, которые позволяют оценить расхождение между предсказанным приближением и реальным поведением системы (1), наблюдаемым в эксперименте. Можно сравнивать различные динамические параметры. В предложенном подходе сравниваются временные распределения и закон изменения силы ударного взаимодействия с экспериментальными данными, полученными для машины для выбивки литья из песчано-глинистой формы. Основной акцент сосредоточен на стационарном режиме колебаний, поскольку на нем данная машина работает основное время, и здесь возникают максимальные нагрузки.

Рассмотрим два распределения силы ударного взаимодействия во времени для установившихся колебаний с круговой частотой $\omega = 2\pi\nu$ и периодом $T = 1/\nu$, изображенные на рис. 4. Кривая F_E получена из эксперимента. Кривая F_N получается как результат численного моделирования, и в тенденции должна быть во все большей мере идентична экспериментальной путем приближения модели F^{\wedge} к искомой за счет соответствующего выбора α_i . На графике оба распределения силы совмещены по времени начала удара t^* . Разница между положительным значением $F_E(t)$ и $F_N(t)$, а также длительностями импульса τ_E и τ_N , полученных путем экспериментальных исследований и как результаты численного моделирования, имеет важное значение для верификации.

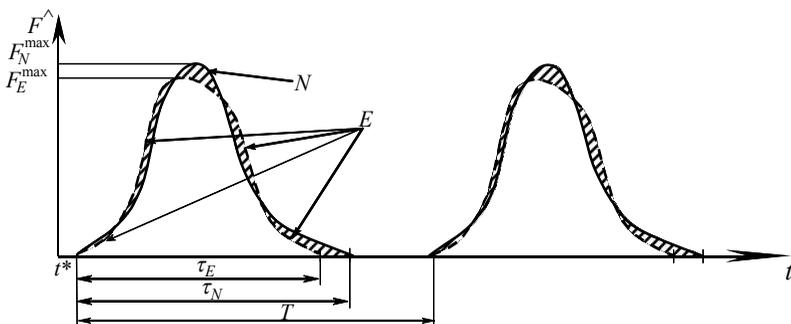


Рисунок 4 – Схематическое отображение распределений силы ударного взаимодействия, полученных численно и экспериментально.

Для того, чтобы измерить это несоответствие, вводится несколько функционалов от распределения $F_E(t)$ и $F_N(t)$ во времени:

$$I_1 = \frac{\max|F_N^\wedge - F_E^\wedge|}{\max|F_E^\wedge|}; I_2 = \frac{\int|F_N^\wedge - F_E^\wedge|dt}{\int|F_E^\wedge|dt}; I_3 = \sqrt{\frac{\int(F_N^\wedge - F_E^\wedge)^2 dt}{\int(F_E^\wedge)^2 dt}}; I_4 = \frac{|\tau_N - \tau_E|}{\tau_E}. \quad (8)$$

Эти функционалы обладают следующими свойствами нормы

$$I_k \geq 0 \quad \forall F_N^\wedge, F_E^\wedge, k; \quad (9) \quad I_k = 0 \quad \text{при } k=2,3 \Rightarrow F_N^\wedge \equiv F_E^\wedge. \quad (10)$$

Чем меньше погрешность несоответствия результатов расчета и эксперимента, тем точнее приближение (7) при определенном наборе параметров α_i аппроксимирует функцию F^\wedge .

Алгоритмы. Определяются параметры α_i приближенной модели, приводящие к минимуму несоответствие по одной из норм (8). Выбор функционалов является необходимым и важным этапом исследований. Для иллюстрации рассмотрим модельную задачу для системы с параметрами: $m_1 = 15960$ кг, $m_2 = 5000$ кг, $C = 5280$ кН/м, $H = 127680$ Н·с/м, $A = 293$ кН, $\nu = 16$ Гц.

Предположим, что сила ударного взаимодействия может быть выражена как линейная форма

$$F = \bar{\alpha}_1 \zeta + \bar{\alpha}_2 \dot{\zeta} \quad \text{при } \zeta, \dot{\zeta} > 0, \quad (11)$$

с известными (заданными)

$$\bar{\alpha}_1 = 2.06 \cdot 10^8 \text{ Н/м}, \quad \bar{\alpha}_2 = 1.28 \cdot 10^7 \text{ Н·с/м}.$$

В этой искусственно созданной ситуации приближения (7) только два члена ряда аппроксимируют „эталонное” распределение силы в случае $\alpha_1 = \bar{\alpha}_1$ и $\alpha_2 = \bar{\alpha}_2$. Рассмотрим чувствительность функционалов I_k для идентификации параметров. Известно, что если $I_k(\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2) = 0$, то для этих значений коэффициентов функция $F(\zeta, \dot{\zeta})$ совпадает с $F^\wedge(\zeta, \dot{\zeta})$, и, следовательно, $F_E(t) = F_N(t)$ (то есть численное моделирование совпадает с „экспериментальной” кривой $F_E(t)$).

На рис. 5 показаны значения для $I_k(\alpha_1, \alpha_2)$ в области значений $\alpha_1 \in [1.03 \cdot 10^8, 3.09 \cdot 10^8] \times$

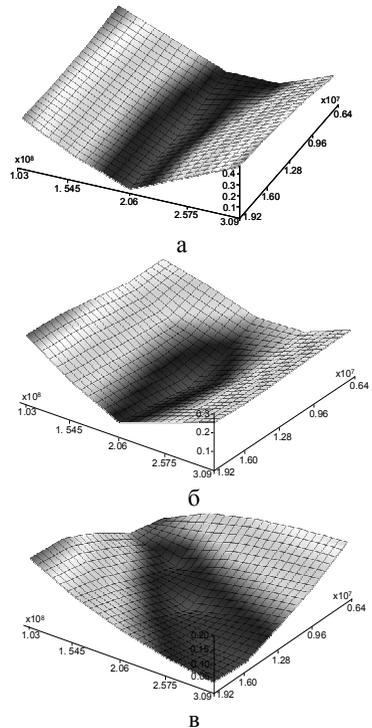


Рисунок 5 – Визуализация различных норм I_1 (а), I_2 (б), I_4 (в).

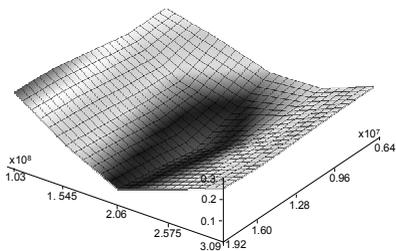
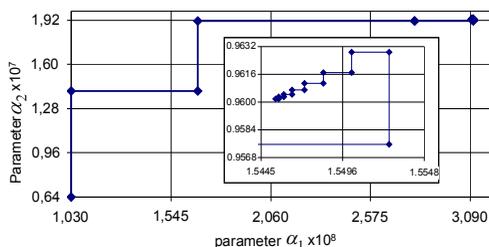
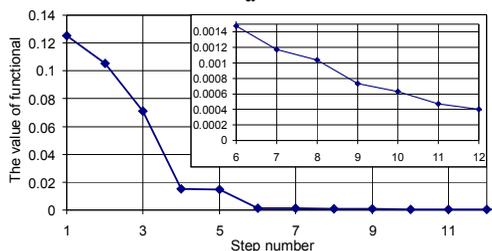


Рисунок 6 – Альтернативный функционал $I_0 = (I_1 + I_4)/2$.



а



б

Рисунок 7 – Итерационный процесс минимизации для I_2 :

а – траектория точки текущего приближения в координатах α_1, α_2 ; б – изменение функционала в ходе итерационного уточнения решения.

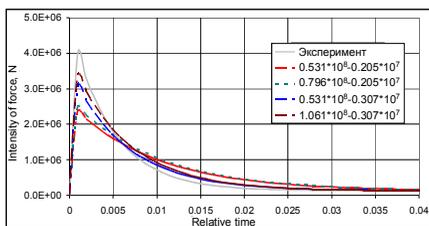


Рисунок 8 – Аппроксимация силы ударного взаимодействия для ряда итераций ее точного распределения.

$$\alpha_2 \in [0.64 \cdot 10^7, 1.92 \cdot 10^7].$$

Следует заметить, что функционалы I_2 и I_3 имеют минимум при $\alpha_1 = \bar{\alpha}_1$, $\alpha_2 = \bar{\alpha}_2$. В то же время функционалы I_1 и I_4 показывают плохую чувствительность к изменению данных параметров, что создает трудности в осуществлении процедуры минимизации. Ситуация может быть улучшена путем введения альтернативного функционала $I_0 = (I_1 + I_4)/2$. Такая их комбинация имеет лучшую сходимость, что можно увидеть на рис. 6.

В случае удачного выбора функциональной нормы можно получить стабильный по сходимости процесс идентификации. Минимизация может быть выполнена ускоренным методом направленного спуска. В частности, выбор функционала I_2 приводит к следующим результатам (рис. 7, 8). На рис. 7 представлен итерационный процесс. На рис. 8 показаны кривые сходимости силы $F_N(t)$ к ее „эталонному” значению.

Тестовая задача решена с использованием функционала I_2 . Зависимость I_2, I_3, I_0 от α_1, α_2 идентичны по виду, то есть процесс сходимости будет аналогичен для любого из функционалов. Таким образом, функционалы I_2, I_3 в общем

случае могут быть выбраны в качестве критериев идентификации. При этом наблюдаемый динамический процесс представлен на рис. 9 во временном срезе, а соответствующий фазовый портрет – на рис. 10.

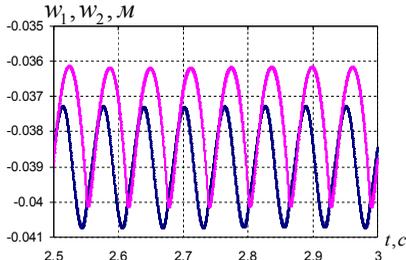


Рисунок 9 – Динамический процесс в модельной виброударной системе

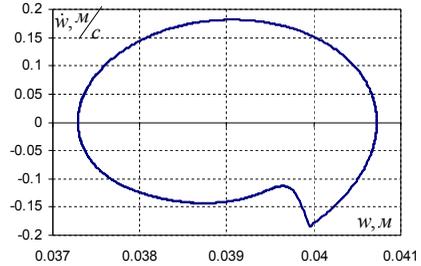


Рисунок 10 – Фазовая траектория для модельной виброударной системы (тело m_1)

Задача для реального объекта. При исследовании реальных виброударных машин, в отличие от модельных случаев, приходится применять более широкие представления для силы F^{\wedge} . В частности, предложенный подход был использован для идентификации модели силы удара в выбивной машине, предназначенной для установки в составе автоматизированной литейной линии на ОАО „Азовмаш” [7].

Для описания внутренней силы ударного взаимодействия в этом случае был выбран полином четвертой степени. Предлагаемое приближение отражает многие ключевые особенности реального взаимодействия, которое было предложено как результат идентификации [8]. В частности, нелинейные члены позволяют сместить максимум силы удара от начала столкновения ближе к его средней части (рис. 11).

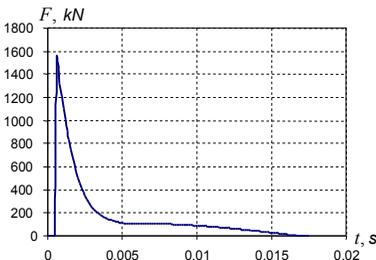


Рисунок 11 – Предсказанный характер временного распределения силы удара по приближенной модели.

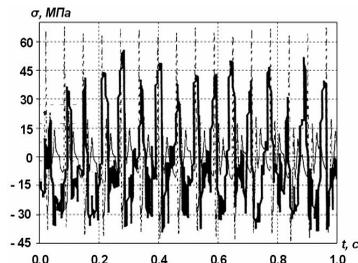


Рисунок 12 – Сравнение результатов численного моделирования и экспериментально полученных напряжений в контролируемых точках в выбивной машине во времени.

В конечном итоге была построена модель, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными. Рис. 12 показывает расхождение экспериментальных и расчетных значений напряжений в выбивной машине для контролируемых точек в ходе экспериментальной проверки [8]. Оказалось, что модель позво-

ляет достаточно точно получить динамические параметры рассматриваемой виброударной системы, такие как продолжительность воздействия импульса, амплитуды ускорений и силы в выбивной машине с точностью 11-18% [8, 9].

Заключение. В данной работе был предложен новый подход к моделированию внутренней силы ударного взаимодействия в виброударной системе и ее идентификации. Основные отличительные особенности этого подхода, а также ключевые результаты состоят в следующем.

1. Предложенный подход, в отличие от традиционных, не постулирует внутреннюю силу ударного взаимодействия, а предлагает процедуру верификации для ее построения. При этом саму функцию представляем в виде ряда от фазовых координат, а процедура идентификации сводится к определению таких коэффициентов этого ряда, чтобы временные распределения силы (получаются из численного интегрирования уравнений движения) соответствовали данным экспериментальных измерений.

2. Подход позволяет в процессе идентификации учесть особенности динамического процесса. В частности, это частичное разрушение груза (для конкретного случая) выбиваемой из песчано-глинистой формы отливки, что эффективно моделируется нелинейным вязкоупругим диссипативным слоем.

3. В работе были предложены различные критерии определения степени точности моделирования внутренней силы ударного взаимодействия. Это было проиллюстрировано на проверочной модельной задаче. Получена высокая скорость сходимости и удовлетворительная для практики точность.

4. Применимость предложенного подхода была проиллюстрирована при численном и экспериментальном исследовании реальных выбивных машин. Это позволило добиться высокой точности при описании их динамических характеристик. На основе данных исследований спроектирована работоспособная выбивная крупнотоннажная машина. Ее работоспособность проверена многолетней эксплуатацией.

Этот подход можно расширить на широкий класс виброударных систем и использовать для анализа и синтеза виброустройств, что является направлением дальнейших исследований.

Список литературы: 1. *Грабовский А.В.* О расчетно-экспериментальном моделировании динамических процессов в виброударных системах // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ „ХПІ”, – 2009. – № 1. – С. 119-129. 2. *Грабовский А.В.* Методы и алгоритмы верификации сил ударного взаимодействия в виброударных системах // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків: УДАЗТ. – 2010. – № 3/9(45). – С. 42-46. 3. *Баженов В.А., Позорелова О.С., Постникова Т.Г. и др.* Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах // Пробл. прочности. – 2009. – № 4. – С. 69-77. 4. *Баженов В.А., Позорелова О.С., Постникова Т.Г. и др.* Аналіз динаміки ударно-вібраційного майданчика при зміні його параметрів // Пробл. прочности. – 2008. – № 6. – С. 82-90. 5. *Ткачук Н.Н., Грабовский А.В., Ткачук Н.А.* Подход к идентификации ударной модели для виброударной системы // Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь: СевНТУ. – 2010. – №1 10. – С. 55-60. 6. *Вибрации* в технике: Справочник в 6 томах. – М.: Машиноведение. – 1981. 7. *Барчан Е. Н.* Усовершенствование методов расчета и конструкций выбивной транспортной машины для формовочной линии крупного литья: дис. канд. техн. наук: 05.02.02. – Мариуполь. – 2008. – 178 с. 8. *Грабовский А.В.* Ударное взаимодействие и динамические процессы в виброударных машинах с частичным разрушением технологического груза: дис. канд. техн. наук: 05.02.09. – Харьков. – 2011. – 181 с. 9. *Барчан Є.М., Артёмов І.В., Грабовський А.В.* Удосконалення методів розрахунку та конструкції вибивної транспортуючої машини для формувальних ліній крупного литва // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: “Транспортне машиностроєння”. — Харків : НТУ „ХПІ”, 2010. – № 19. – С. 18-34.

Поступила в редакцию 08.09.2011